CINEMÁTICA DE UNA PARTÍCULA

Se estudiaran los aspectos geométricos del movimiento de una partícula que se mide de acuerdo con marcos de referencia fijos y variables. La trayectoria se describirá usando diferentes tipos de sistemas de coordenadas y se determinaran las componentes del movimiento a lo largo de los ejes de coordenadas.

El uso de la palabra partícula no implica que se limite al estudio a pequeños corpúsculos, se estudiara el movimiento de los cuerpos, posiblemente tan grandes como automóviles, aviones, etc., sin importar su tamaño. Una partícula tiene una masa que no será tomada en consideración, es decir se despreciará su tamaño y forma; objetos con dimensiones finitas serán consideradas partículas, suponiendo que su movimiento se caracterizará por el desplazamiento de su centro de masa, despreciando cualquier tipo de rotación del cuerpo.

CINEMÁTICA DE UNA PARTÍCULA

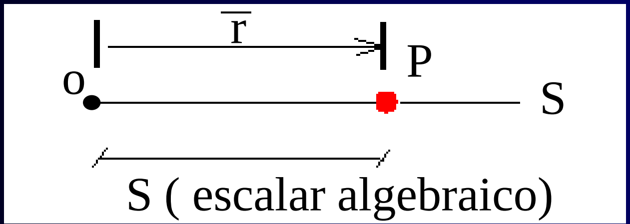
El **centro de masa** de un sistema discreto o continuo es el punto geométrico que dinámicamente se comporta como si en él estuviera aplicada la resultante de las fuerzas externas al sistema. De manera análoga, se puede decir que el sistema formado por toda la masa concentrada en el centro de masa es un sistema equivalente al original.

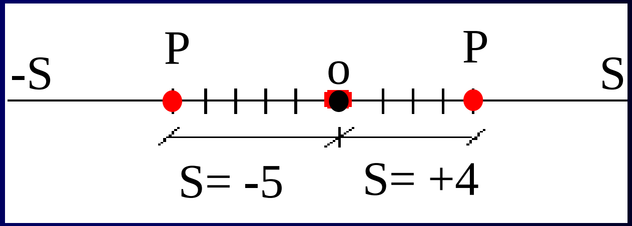
El **centroide**, el **centro de gravedad** y el **centro de masa** pueden, bajo ciertas circunstancias, coincidir entre sí. En estos casos se suele utilizar los términos de manera intercambiable, aunque designan conceptos diferentes. El **centroide** es un concepto puramente geométrico que depende de la forma del sistema; el centro de masa depende de la distribución de materia, mientras que el centro de gravedad depende del campo gravitatorio.

CINEMÁTICA RECTILÍNEA

Una partícula puede desplazarse sobre una trayectoria recta o curva. Con objeto de explicar la cinemática del movimiento de una partícula, se empezará con el movimiento rectilíneo. La cinemática en este movimiento, se caracterizará por especificar, en un momento determinado, la posición, velocidad y aceleración de la partícula.

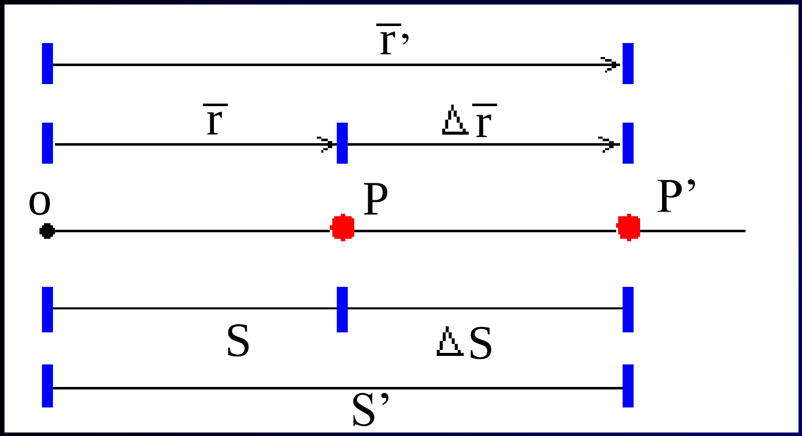
POSICIÓN





Es posible definir la trayectoria en línea recta de una particular utilizando un solo eje de coordenadas, “S”. En la trayectoria, el origen “O” es un punto fijo, y desde allí, se considera el vector de posición “ $\bar{r}$ ” con el objeto de especificar la posición de la partícula “P” en cualquier momento. En un movimiento rectilíneo, la dirección de $\bar{r}$ es siempre a lo largo del eje “s”, solo se modificará la magnitud y sentido.

DESPLAZAMIENTO



Se define como el cambio en la posición. Si la partícula se mueve de una posición “ P ” a “ **P’** ”, el desplazamiento es:

$$\Delta \overline{r} = \overline{r}' - \overline{r}$$

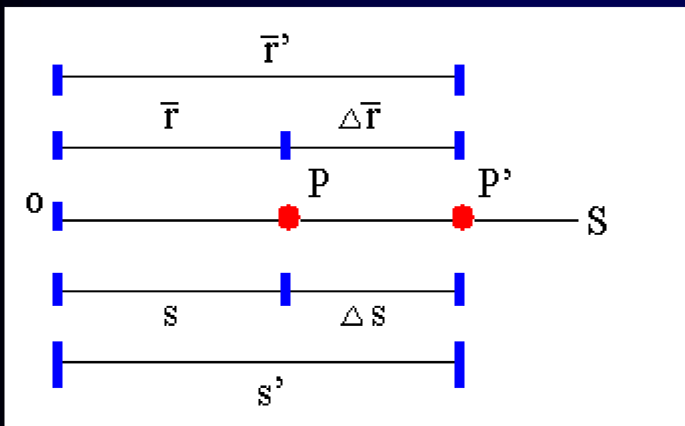
$$\Delta S = S' - S$$

Aquí ΔS es positiva, ya que la posición final de la partícula es a la derecha la que tenía al inicio, es decir s’ > s. Asimismo, si la posición final de la partícula es a la izquierda de la posición inicial, ΔS es negativa.

Debido a que el desplazamiento de una partícula es una cantidad vectorial, deberá distinguirse de la distancia que recorre la partícula. De manera específica, la distancia recorrida es un escalar positivo que representa la longitud total de la trayectoria que recorre la partícula.

CINEMÁTICA DE UNA PARTÍCULA

VELOCIDAD



Si la partícula experimenta un desplazamiento $\Delta \bar{r}$ de la posición " P " a " P' ", durante un intervalo de tiempo Δt, la velocidad media de la partícula durante dicho intervalo de tiempo es:

$$\bar{v}_{\text{media}} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$$

Si se toman cantidades cada vez más pequeñas del Δt, la magnitud de $\Delta \bar{r}$ disminuirá gradualmente. En consecuencia la velocidad INSTANTÁNEA se define como:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad v = \frac{ds}{dt} \quad (1)$$

CINEMÁTICA DE UNA PARTÍCULA

VELOCIDAD

"LA MAGNITUD DE LA VELOCIDAD SE CONOCE COMO RAPIDEZ o como CELERIDAD"

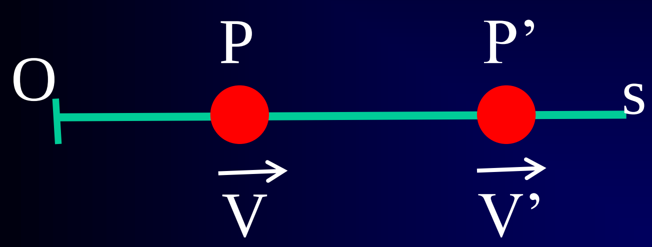
Unidades: m / s , pies / s

- **Rapidez o Celeridad:** Es la magnitud de la velocidad.
- **Velocidad:** Vector que tiene magnitud, dirección y sentido.

En ocasiones se emplea el termino "rapidez media", que es siempre un escalar positivo y se define como la distancia total que viaja la partícula "S_T ", dividida entre el tiempo transcurrido "$\blacktriangle t$"

$$V_{sp} = \frac{S_T}{\triangle t}$$

ACELERACIÓN



Si se conoce la velocidad de la partícula en dos puntos " P " y " P' ", la aceleración media de la partícula durante el intervalo de tiempo Δt:

$$\vec{a}_{media} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \Delta\vec{v} = \vec{v}\,' - \vec{v} \qquad \vec{v}\,' > \vec{v}$$

La aceleración instantánea en el tiempo "t" se determina tomando valores cada vez más pequeños del Δt, y los correspondientes valores más pequeños del $\Delta\vec{V}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt} \quad (2) \qquad \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) \qquad a = \frac{d^2s}{dt^2}$$

La aceleración instantánea y la media pueden ser positivos o negativos. En particular cuando se esta frenando o se reduce la velocidad de la partícula, se dice que se desacelera.

VELOCIDAD es constante $\Rightarrow$ ACELERACIÓN no existe

Unidades: m/s^2 , cm/s^2 (gal) , $pies/s^2$

Es posible obtener una relación diferencial que represente el desplazamiento, la velocidad y la aceleración a lo largo de la trayectoria, eliminando el "dt" de las ecuaciones 1 y 2

$$v = \frac{ds}{dt} \quad a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dt = \frac{ds}{v} = \frac{dv}{a} \Rightarrow a\,ds = v\,dv \quad (3)$$

ACELERACIÓN CONSTANTE (a_c)

Cuando la aceleración es constante, es posible integrar cada una de las ecuaciones 1 , 2 y 3 para obtener ecuaciones que relacionen a_c, V, S y t

Velocidad como función del tiempo: $a_c = \frac{dv}{dt}$ para t = 0, V = Vo

$$a_c = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dV = a_c\, dt \Rightarrow \int_{Vo}^{V} dV = a_c \int_0^t dt \Rightarrow \boxed{V = Vo + a_c\, t} \quad \xrightarrow{(+)}$$

Posición como función del tiempo: t = 0, S = So

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow dS = V\, dt \Rightarrow \int_{So}^{S} dS = \int_0^t V dt \Rightarrow \int_{So}^{S} dS = \int_0^t (Vo + a_c\, t)\, dt$$

$$\boxed{S = So + Vo\, t + (1/2)\, a_c\, t^2} \quad \xrightarrow{(+)}$$

Velocidad como función de la posición: t = 0, S = So, V = Vo

$$a_c\, ds = v\, dv \Rightarrow \int_{Vo}^{V} v\, dv = a_c \int_{So}^{S} ds \Rightarrow \boxed{V^2 = Vo^2 + 2\, a_c\, t\,(S-So)} \quad \xrightarrow{(+)}$$

Ejemplo: Considere una partícula que se mueve en línea recta, su posición está definida por la ecuación:

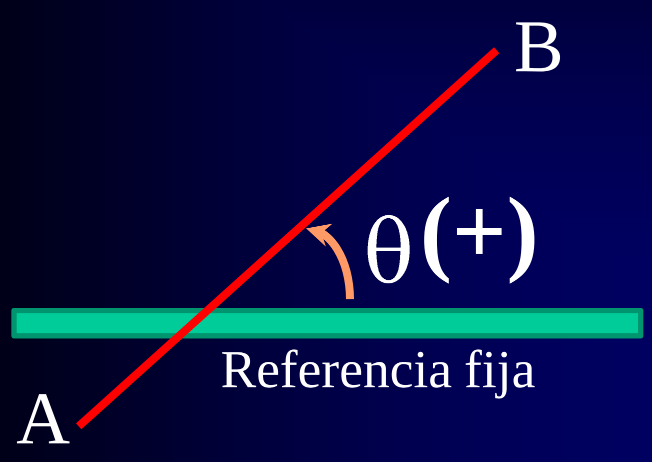
$X = 6t^2 - t^3$ X (metros), t (segundos), posición

$$v = \frac{dx}{dt} = 12t - 3t^2 \ (m/s) \ \text{velocidad}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = 12 - 6t \ (m/s^2) \ \text{aceleración}$$

A continuación se presentan las graficas del movimiento

MOVIMIENTO ANGULAR



Las relaciones que describen la cinemática del movimiento rectilíneo pueden utilizarse también para describir el movimiento de rotación. Consideremos el plano de rotación de una recta AB, cuyo desplazamiento angular en el plano dado está especificado por el ángulo θ , medido a partir de una cierta línea de referencia.

El concepto de desplazamiento angular no exige que la recta gire alrededor de un punto fijo, sino que solo depende del ángulo θ.

Desplazamiento angular de la recta = θ

Velocidad angular de la recta= $d\theta/dt = \mathring{\theta} = \omega$

Aceleración angular de la recta = $d\omega/dt = \mathring{\omega} = \alpha$

$$\boxed{\alpha\, d\theta = \omega\, d\omega}$$